

高超声速再入飞船气体热辐射计算 边界虚网格方法

郝景科, 艾邦成, 吕俊明, 张 亮
(中国航天科技集团公司 中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘 要: 针对再入飞行器激波层辐射加热,应用有限体积法计算辐射传输方程,引入了一种边界处理方式——虚网格方法,根据化学非平衡流场数据,计算出飞行器表面辐射加热热流。通过分析发现:采用虚网格方法处理辐射传输边界,能够确保真正的边界条件得到应用,满足真实的物理意义,且辐射传输计算的空间网格、立体角网格、初始温度值的收敛性很好,计算结果精度误差小于 2.5%。利用虚网格方法计算飞船再入返回时的辐射加热,结果表明计算所得壁面辐射热流与其他研究者辐射热流计算结果符合良好。

关 键 词: 高超声速; 再入; 辐射加热; 虚网格; 辐射传输方程; 有限体积法

中图分类号: V211.3 **文献标志码:** A

Boundary ghost cell method for gas heat radiation calculation of hypersonic re-entry spacecraft

HAO Jingke, AI Bangcheng, LÜ Junming, ZHANG Liang
(China Academy of Aerospace Aerodynamics,
China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100074, China)

Abstract: Targeting the shock layer radiation heating, the radiative transfer equation was calculated by finite volume method, in which a way of boundary treatment, called as ghost cell method, was introduced. Based on the chemical non-equilibrium flow field data, radiation heat flux at wall was computed. The analysis reveals that ghost cell method in dealing with radiative transfer boundary ensures that the boundary conditions fit the physical fact. Good convergence and accuracy within 2.5% have been achieved, validating the physical model and numerical methods. Radiation heating computation of spacecraft using ghost cell method shows that computational radiative heating results agree well with the other researchers' computational results.

Key words: hypersonic; re-entry; radiant heating; ghost cell; radiative transfer equation; finite volume method

探月及星际返回时,飞行器的热防护设计不仅需要考虑到对流加热、催化加热等非辐射加热,还需要考虑辐射加热。当速度较低时,非辐射加热是主要的,而当飞行速度高于 9 km/s 时,头部激波层气体会变成对飞行器加热的强辐射体,辐射加热随着速度的增加逐渐变得重要起来。载人飞船以第

收稿日期:2015-11-10
基金项目:国家自然科学基金(11402251)
作者简介:郝景科(1989—),男,助理工程师,硕士,主要从事高超声速辐射传输与辐射加热研究。

引用格式:郝景科,艾邦成,吕俊明,等.高超声速再入飞船气体热辐射计算边界虚网格方法[J].航空动力学报,2017,32(8):1827-1834. HAO Jingke, AI Bangcheng, LÜ Junming, et al. Boundary ghost cell method for gas heat radiation calculation of hypersonic re-entry spacecraft[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(8):1827-1834.

一宇宙速度(7.9 km/s)再入时,辐射加热相对较小,而对于阿波罗计划中的探月返回舱,其以第二宇宙速度(11.2 km/s)再入时,辐射加热非常明显,在局部轨道点占到总加热量的 30% 以上^[1]。

高超声速流动引起的辐射问题十分复杂,很难进行地面试验,大多数情况下通过进行数值模拟,为飞行器的气动热防护提供必要的数据库。针对再入飞行器的辐射加热研究最早也是在阿波罗登月计划的需求牵引下开展的,当时主要采用的是工程计算方法。美国国家航空航天局(NASA)开发了针对地球大气再入的辐射加热工程预测软件 QRAD,QRAD 根据经验公式进行计算,能够较准确地获得再入飞行器驻点等某些特定位置处的辐射热流值,但是这种工程预测方法普适性较差,且仅能对飞行器特定位置处进行辐射热环境预测。而随着高温热化学非平衡绕流数值模拟技术发展,通过对探月返回舱等高超声速再入飞行器的流场进行数值模拟,获得流场的参数后,基于高温空气的发射、吸收等特性,求解辐射传输方程获得返回舱全表面的辐射加热量,该方法能够适应不同类型的再入飞行器,且能预测飞行器的全表面辐射热环境。

辐射传输计算的有限体积法(finite volume method, FVM)是 Raithby, Chui 等^[2-4]提出的,此后,不少学者用该方法处理了各种辐射传输问题^[5-9]。近些年,不少学者对于辐射传输的有限体积法研究主要集中在空间差分格式^[10]、立体角离散误差^[11]、有限体积法与其他方法结合^[12]、非结构化网格的有限体积法^[13]等方面,而对于辐射传输的有限体积法空间网格边界处的处理方式,未见详细的说明。其中略有的简要介绍中,对于辐射传输空间网格边界的处理方式一般为直接将边界处的辐射强度值代入,对边界处特殊处理,将边界的控制体网格常数值汇到一起,然后联立内部控制体网格进行求解。该方法的主要不足是通常需降低边界离散精度,且不利于未来的辐射与流场耦合计算。

本文针对辐射传输方程边界处空间网格处理问题,引入一种边界处理方式——虚网格方法,通过典型算例验证方法的可行性和准确性,并将其应用于再入飞船气体热辐射流场计算中。

1 气体辐射计算边界虚网格方法

1.1 辐射传输方程

基于谱带模型的辐射传输方程可写为

$$\frac{dI_k(s, s)}{ds} = -\beta_k I_k(s, s) + \kappa_k I_{b,k}(s) + \frac{\sigma_{s,k}}{4\pi} \int_{\Omega_i=4\pi} I_k(s, s_i) \Phi_k(s_i, s) d\Omega_i \quad (1)$$

式中 (s, s) 表示位置 s 、辐射传输方向 s ;下标 k 表示光谱谱带中第 k 个谱带; I_k 为光谱辐射强度; β_k 为衰减系数; κ_k 为吸收、发射系数; $I_{b,k}$ 为光谱发射强度; $\sigma_{s,k}$ 为散射系数; $\Phi_k(s_i, s)$ 为从 s_i 方向到 s 方向的光谱散射相函数,为无量纲; Ω_i 表示第 i 个立体角。

采用有限体积法,对式(1)进行数值离散,由控制体表面积分求和,得

$$\sum_{j=1}^{M_c} A_{c,j} I_{c,k,j}^m D_j^m \approx \left[-\beta_{p,k} I_{p,k}^m + \kappa_{p,k} I_{p,b,k} + \frac{\sigma_{p,s,k}}{4\pi} \sum_l I_{p,k}^l \Phi_k(\Omega^m, \Omega^l) \Omega^l \right] V_p \Omega^m \quad (2)$$

式中上标 m, l 分别表示立体角离散的第 m, l 个立体角; M_c 为控制体表面数量; A_c 为控制面面积; $I_{c,k}^m$ 为控制体表面光谱发射强度; $I_{p,k}^m$ 为控制体中心光谱发射强度; V_p 为控制体体积; D^m 为方向权值,大小为

$$D_j^m = \int_{\Omega^m} (s^m \cdot n_j) d\Omega^m$$

若对 $I_{c,k,j}^m$ 选用阶梯格式,令反照率 $\omega_k = \sigma_{s,k} / (\kappa_k + \sigma_{s,k})$,下标 $j = W, E, S, N, T, B$ 代表与控制体 p 相邻的各控制体的中心节点,则式(2)可写为

$$a_{p,k}^m I_{p,k}^m = \sum_{j=E,W,S,N,T,B} a_j^m I_{k,j}^m + b_{p,k}^m \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} a_{p,k}^m &= \sum_{j=E,W,S,N,T,B} \max[A_j D_j^m, 0] + (\kappa_{p,k} + \sigma_{p,s,k}) V_p \Omega^m \\ a_j^m &= \max[-A_j D_j^m, 0] \\ b_{p,k}^m &= [(\kappa_k + \sigma_{s,k}) S_k^m]_p V_p \Omega^m \\ S_{p,k}^m &= (1 - \omega_{p,k}) \frac{\sigma_{B_{k,T}} T_p^4}{\pi} + \frac{\omega_{p,k}}{4\pi} \sum_l I_{p,k}^l \Phi_k(\Omega^m, \Omega^l) \Omega^l \end{aligned}$$

这里 $B_{k,T}$ 为温度 T 下 $\Delta\lambda_k$ 谱带内的黑体辐射能占总辐射能的份额。

基于谱带模型的辐射能量方程可写为

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^r = \int_{\lambda=0}^{\infty} \kappa_k(s) \left[4\pi I_{b,k}(s) - \int_{\Omega=4\pi} I_k(s, s) d\Omega \right] d\lambda \quad (4)$$

式中 $\mathbf{q}^r$ 为辐射热流。

采用有限体积法,对式(4)进行数值离散,得

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^r = \sum_{k=1}^{M_b} \kappa_k (4B_{k,T_p} \sigma T_p^4 - \sum_{\Omega^m \in 4\pi} I_k^m \Omega^m) \quad (5)$$

式中 M_b 为谱带数量。

根据离散后的式(3)、式(5),存在未知数 I_k , T_p, q^r 等 3 个未知数。根据能量守恒,辐射能量的净得或净失等于其他非辐射形式能量的净得或净失,因此, $\nabla \cdot q^r$ 可以作为一辐射源项,通过物理过程中的其他非辐射形式能量来求得。这样,方程组中仅存在未知数 I_k 和 T_p ,可联立方程组求解。

1.2 边界虚网格方法

对于不同的网格拓扑结构,边界条件的分布可能各不相同。一般情况下,对于辐射传输空间网格边界的处理方式:根据给定的物理边界条件求得边界处的光谱辐射强度值,然后将边界处的光谱辐射强度值代入式(2)中,对于边界处特殊处理,将存在边界的控制体网格左端的常数移到右端常数项中,然后联立内部控制体网格进行求解。

这种边界处理方式会因为边界条件的多样性和复杂性而带来边界条件处理的困难,处理过程中会降低边界的精度,且在辐射与流场耦合时会带来边界处理上的不一致。因此,比较理想的边界处理方法是:将边界条件的处理独立进行,在计算光谱辐射强度时暂时不考虑边界的存在,各自从边界到场内采取统一的离散格式,不再进行繁杂的边界判定和特殊处理。

在流体计算时,边界处理的虚网格方法通过从内部空间向外扩充,使边界计算与内部流场计算统一进行,保证了边界与内部精度一致,可以解决前述出现的问题。因此,本文引入这种边界处理方式——虚网格方法。

对不透明、漫发射、漫反射边界壁面,边界条件为

$$I_{w,k}(s) = \epsilon_{w,k} I_{w,b,k} + \frac{1 - \epsilon_{w,k}}{\pi} \int_{n_w \cdot s_i < 0} I_{k,w}(s_i) |n_w \cdot s|_i d\Omega_i \quad (6)$$

以六面体结构网格为例作说明,如图 1 所示。将所有边界均向外增加一层虚网格。对于边界向内相邻网格称为第 1 层网格,边界向外相邻虚网格称为第-1层网格。对于其他网格,如四面体非结构网格,类似于六面体结构网格处理,将所有边界均向外增加一层四面体虚网格。虚网格的值并不关心其体积大小和几何形状,只是利用它作为计算域的边界,使得原来的辐射强度场边界单元从形式上按照内场格式进行计算。

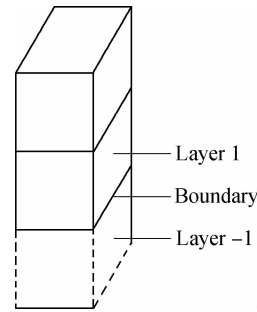


图 1 虚网格示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ghost cell

假设模型内部第 1 层网格格心处光谱辐射强度为 I_1 ,则对应边界的虚网格格心处光谱辐射强度计算如下:

当壁面处 $D^m > 0$ 时,此时光谱向外辐射,故第-1 层虚网格处光谱辐射强度与内部第 1 层网格处光谱辐射强度值相同,即

$$I_{-1} = I_1$$

当壁面处 $D^m < 0$ 时,此时光谱向内辐射,由于辐射存在两部分,一部分为自身发射,另一部分为反射内部辐射,因此虚网格处光谱辐射强度也应该由这两部分组成,即

$$I_{-1} = \epsilon_{w,k} \frac{\sigma B_{k,T_w} T_w^4}{\pi} + \frac{1 - \epsilon_{k,w}}{\pi} \sum_{D_j^m > 0} I_1 \quad (7)$$

对于其他非结构网格均可类似进行处理即可。对于出口入口边界,也均可根据不同情况对虚网格进行相应赋值即可,这样对于不同边界条件即可统一处理。

应用虚网格方法,无论是对于固壁边界,还是对于远场边界等各种不同形式边界,均可以与内部控制体一起按照前面介绍的方法对整个空间(包含空间网格和虚拟网格)统一进行处理,大大简化了程序的处理,保证了边界与场内精度的差别不大。同时,当进行辐射与流场耦合时,采用虚网格方法可以对流场与辐射场的统一处理起到帮助。

2 算法验证

基于上述数学模型,进行程序开发,验证方法和程序的可行性和准确性。由于很难进行独立的辐射加热实验,因此通常做法是对典型模型进行计算,将计算结果与其他已验证过的方法计算结果进行对比,来判定方法的准确性。首先对计算程序的空间网格收敛性、立体角网格收敛性及初始温度值收敛性进行验证,然后通过与文献[14-15]

结果进行对比,对方法和程序进行定量验证。

验证采用典型圆柱形炉膛算例,具体参数如下:外形尺寸为轴 $L_z=2\text{ m}$,半径 $R=1\text{ m}$;炉膛内介质为吸收、发射性介质,介质的吸收系数为 $\kappa=1.0\text{ m}^{-1}$;在边界处, $z=0\text{ m}$, $T=750\text{ K}$; $z=L_z$, $T=1500\text{ K}$; $r=R$, $T=1000\text{ K}$ 。边界处壁面发射率均为 $\epsilon=0.8$ 。

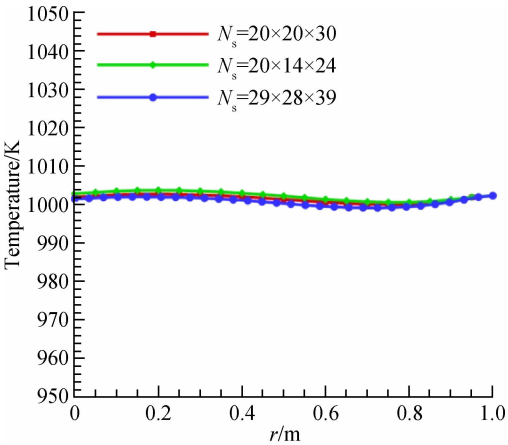
收敛性验证采用的空间网格数 N_s 、立体角网格数 N_Ω 和初始温度 T_0 如表 1 所示,对不同计算结果,皆选取轴向(沿高度方向)温度分布($r=0.6875\text{ m}$)和径向(沿半径分布)温度分布($z=0.35\text{ m}$)的结果进行数值定量对比,结果如图 2~图 4 所示。

可见,采用不同空间网格、立体角网格,炉膛空间的温度分布差别极小,相对误差值特别小;采用不同初始温度值,炉膛空间的结果完全重合,基本无差别。因此,计算程序空间网格、立体角网格、初始温度值收敛性良好,结果满足要求。

表 1 离散网格数及初始温度值

Table 1 Disperse cell numbers and initial temperature

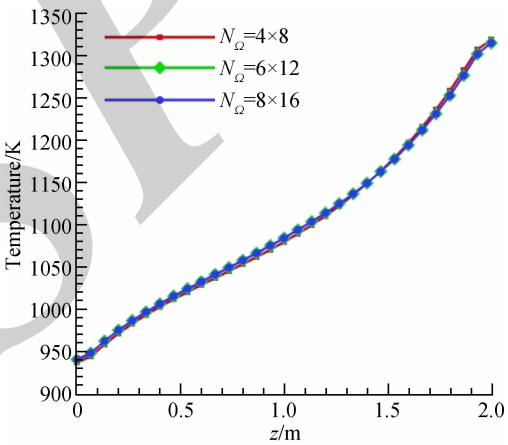
序号	N_s	N_Ω	T_0/K
1	$20\times20\times30$	6×12	1000
	$20\times14\times24$	6×12	1000
	$29\times28\times39$	6×12	1000
2	$20\times20\times30$	6×12	1000
	$20\times20\times30$	8×16	1000
	$20\times20\times30$	4×8	1000
3	$20\times20\times30$	6×12	800
	$20\times20\times30$	6×12	1200



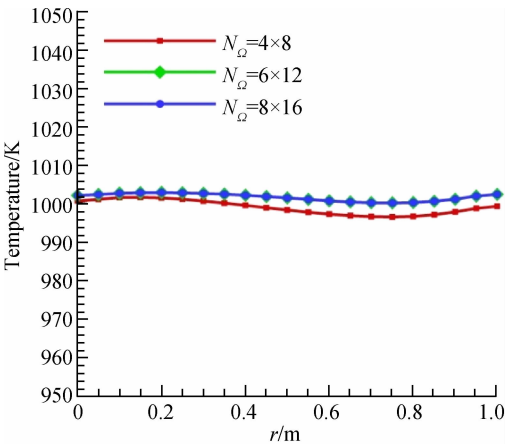
(b) 随 r 变化曲线($z=0.35\text{ m}$)

图 2 不同空间网格温度分布曲线

Fig. 2 Temperature distribution curves for different spatial cells



(a) 随 z 变化曲线($r=0.6875\text{ m}$)

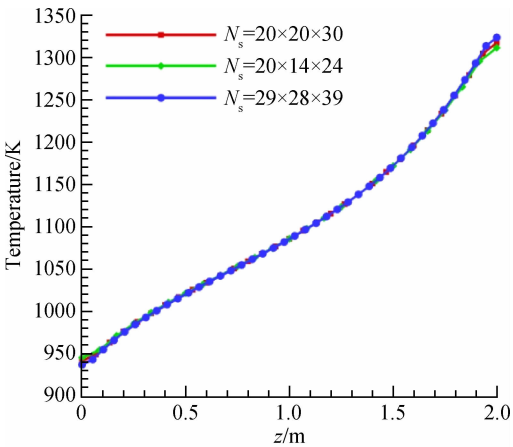


(b) 随 r 变化曲线($z=0.35\text{ m}$)

图 3 不同立体角网格温度分布曲线

Fig. 3 Temperature distribution curves for different solid angle cells

文献[14-15]分别采用离散传递法(discrete transfer method,DTM)、离散坐标法(discrete ordinate method,DOM)计算了圆柱形炉膛的温度



(a) 随 z 变化曲线($r=0.6875\text{ m}$)

分布。将本文方法(FVM)结果与这两种方法结果进行对比,皆选取轴向(沿高度方向)温度分布($r=0.9375\text{ m}$)和径向(沿半径分布)温度分布($z=0.35\text{ m}$),结果如图 5 和图 6 所示。

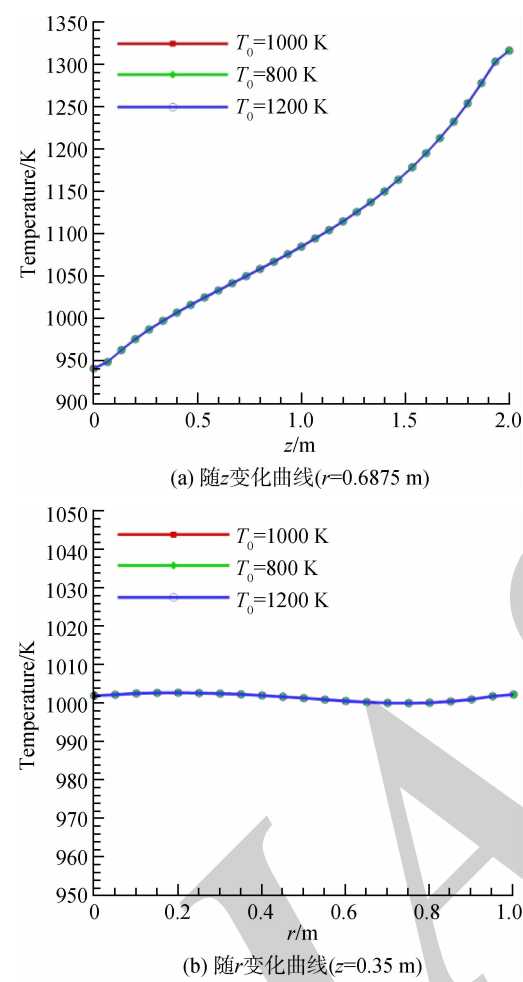


图 4 不同初始温度值温度分布曲线
Fig. 4 Temperature distribution curves for different initial temperatures

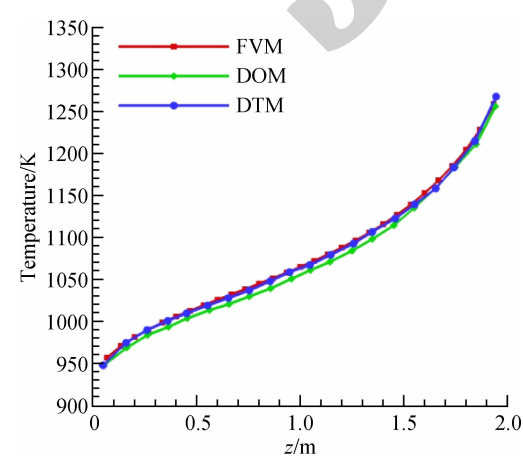


图 5 轴向温度分布曲线
Fig. 5 Axial temperature distribution curves

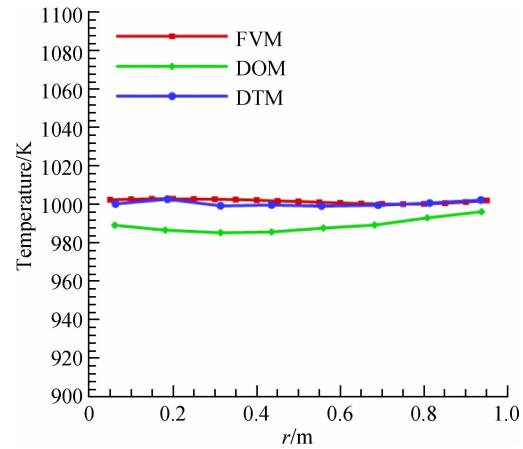


图 6 径向温度分布曲线
Fig. 6 Radial temperature distribution curves

可见,对于轴向温度分布,本文方法与 DTM 吻合度都非常高,相对误差极小,DOM 与其他两种方法在某些位置略有差别,但相对误差也较小,且越靠近外径处,其相对误差越小;对于径向温度分布,同样,本文方法与 DTM 吻合度非常高,相对误差极小,DOM 与其他两种方法存在差别,但相对误差也较小,且 DOM 与本文方法相对于 DTM,结果在靠近外径处过渡更平缓,梯度更小。在轴向和径向上,3 种方法结果相对误差不到 2.5%,结果基本吻合。因此,计算结果值得信赖,符合要求。

3 高超声速再入飞船气体辐射计算分析

将上述模型计算方法应用于 Fire II 飞船^[16]飞行时的辐射加热计算,分析辐射加热对于飞船气动加热的影响。模型采用 Fire II 飞船,如图 7 所示模型数据为:钝头大底直径 $D=62.99\text{ cm}$,钝头半径 $R_n=80.52\text{ cm}$,肩部半径 $R_c=3.56\text{ cm}$ 。

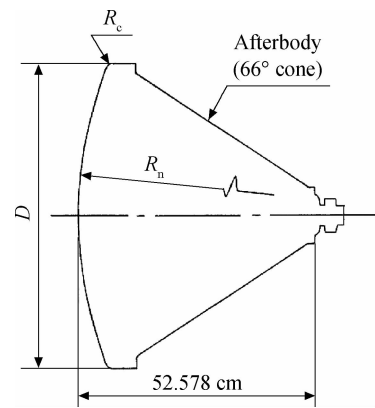


图 7 Fire II 飞船示意图
Fig. 7 Schematic diagram of Fire II spacecraft

计算条件为:在再入 1645s 时的飞行条件,高度为 48.37 km,速度为 9.83 km/s,壁温为 1520 K。

按照上述飞船模型,进行流场计算,得到激波层内每个空间点处的组分数密度和温度。在流场计算的组分数密度和温度结果基础上,得到光谱计算所必须的电子态布局。根据跃迁不同过程和机制,计算得到空间每一点处与频率相关的发射和吸收系数。最后进行实际的辐射传输过程计算。

流场计算采用自编程序,主要是通过数值模拟求解三维可压缩 Navier-Stokes 方程,考虑温度对热力学和输运参量的影响,并耦合化学反应动力学模型。其中,对流项采用矢通量分裂 AUSM⁺ (advection upstream splitting method)-up 格式,半点值通过 MUSCL(monotonic upwind scheme for conservation laws)方法和 minmod 限制器得到,黏性项采用 2 阶中心格式,时间推进采用 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seidel)隐式求解方法;热力学参量和输运系数通过温度拟合多项式得到^[17],混合气体的相关参数由 Wilke 公式计算;化学反应源项通过有限速率化学反应模型得到,选择 Gupta^[18] 的 11 组元(O₂, N₂, O, N, NO, NO⁺, O₂⁺, N₂⁺, O⁺, N⁺, e⁻), 26 反应模型。由于辐射计算中散射项极小,可忽略,因此辐射计算不考虑散射项,散射系数设为零,衰减系数即为发射系数。

计算所得化学非平衡流场的温度分布云图及各组分质量分数变化如图 8 和图 9 所示,图 9 中 x 表示模型网格的轴向位置。云图中可明显见到激波结构及波后温度分布,由组分质量分数变化曲线可见经过激波后化学反应迅速进行, N 和 O

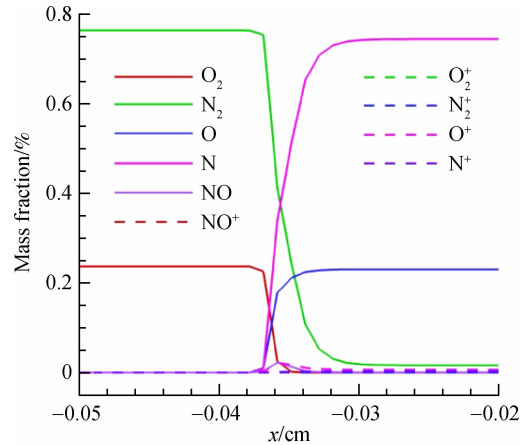


图 9 流场各组元质量分数

Fig. 9 Mass fraction of flow field components

含量迅速增加,且过程中有少量电离反应。

根据流场求得的温度值和各组元密度作为初始条件,进行光谱计算。由于单色光谱辐射能量随波长呈正态分布,在 0.2~4.0 μm 波段的辐射能量占总辐射能的绝大部分,因此本文计算采用的是 0.2~4.0 μm 波长的光谱特性,求解得到该波段平均发射系数。计算过程中流场内各点处平均发射系数 κ 分布云图如图 10 所示。

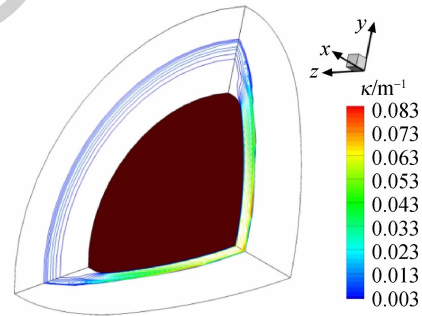


图 10 光谱平均发射系数分布

Fig. 10 Spectral average emission coefficient distribution

根据流场求得的温度值以及光谱计算所得吸收、发射系数作为初始条件,空间网格采用与流场计算时相同的六面体结构网格,空间网格数为 $N_s = N_x \times N_y \times N_z = 26 \times 45 \times 25$,立体角网格划分与前文辐射计算时相同,立体角网格数采用 $N_\Omega = N_\theta \times N_\varphi = 6 \times 12$,采用虚网格方法处理边界条件,固壁处根据壁温以及辐射射入、射出分别获得进行全场辐射传输计算,对计算的辐射强度值在壁面处进行积分,得飞行器表面辐射热流,如图 11 和图 12 所示,图中 Q_c 表示对流热流, Q_r 表示辐射热流。可见,中心驻点处热流明显高于四周热流,并逐渐减小,计算结果符合物理意义。

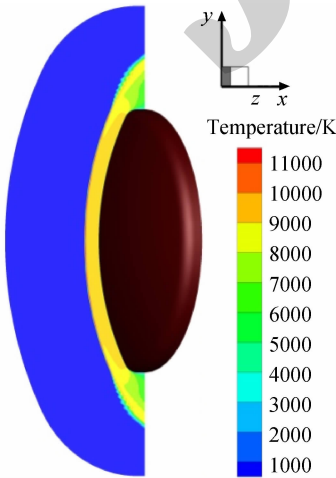


图 8 流场温度分布

Fig. 8 Flow field temperature distribution

对两部分热流,选取壁面对称面($z=0\text{ m}$)沿 y 方向的热流分布的结果进行数值定量对比,如图 13 所示。对流热流 Q_c 在驻点和肩部位置分别出现峰值,且在峰值两侧迅速下降,而辐射热流 Q_r 则是从四周向中心驻点处逐渐升高,在驻点区域达到最大,两部分热流都符合与其对应的物理意义,定性上满足要求。由于 Fire II 飞行试验是

对气动总热流值进行测定,无法单独给定辐射加热热流值,因此本文主要是通过与其他研究者结果进行对比,验证本文引入的辐射加热计算的边界虚网格方法在实际应用中的准确性。计算所得对流热流驻点处为 606.5 W/cm^2 ,而 Gupta^[18] 的计算值 757.1 W/cm^2 对比,结果略有偏差;辐射热流驻点处为 222.0 W/cm^2 ,与 Gupta 的辐射热流计算值为 221.2 W/cm^2 ,可见,辐射热流计算结果结果基本完全相同。因此,引入边界虚网格方法处理辐射传输边界条件,辐射计算结果准确,实际应用价值高。

4 结 论

针对再入飞行器激波层辐射加热,应用有限体积法计算辐射传输方程。针对方程边界处理时造成边界与内部精度不一致以及辐射与流场耦合边界不统一等问题,借鉴流场边界处理方式,引入了一种边界处理方式——虚网格方法,并根据化学非平衡流场数据,计算出飞行器表面辐射加热热流,得到如下结论:

- 1) 采用虚网格方法处理辐射传输边界,能够确保真正的边界条件得到应用,满足真实的物理意义。从验证算例结果看,采用虚网格方法的辐射传输计算具有很高的空间网格、立体角网格及初始温度值收敛性,计算结果精度较高,证明了引入虚网格方法处理辐射传输边界的可行性。
- 2) 针对钝头飞行器以极高马赫数再入大气层问题,采用虚网格方法处理边界条件的辐射与流场计算,所得辐射热壁面热流值与其他研究者结果基本一致,结果准确性较高,验证了虚网格方法对于实际工程问题具有可行性。

参考文献:

[1] RIED R C J, ROCHELLE W C, MILHOAN J D. Radiative heating to the Apollo command module: engineering prediction and flight measurement [R]. NASA TM X 58091, 1972.

[2] RAITHBY G D, CHUI E H. A finite-volume method for predicting a radiant heat transfer in enclosures with participating media[J]. Journal of Heat Transfer, 1990, 112(5): 415-423.

[3] CHUI E H, RAITHBY G D. Implicit solution scheme to improve convergence rate in radiative transfer problems [J]. Numerical Heat Transfer: Part B Fundamentals, 1992, 22(3): 251-272.

[4] CHUI E H, RAITHBY G D, HUGHES P M J. Prediction of radiative transfer in cylindrical enclosures by the finite

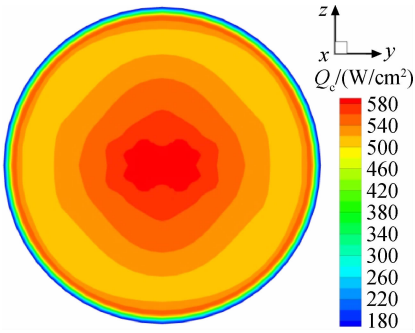


图 11 壁面对流热流
Fig. 11 Convective heat flux of wall

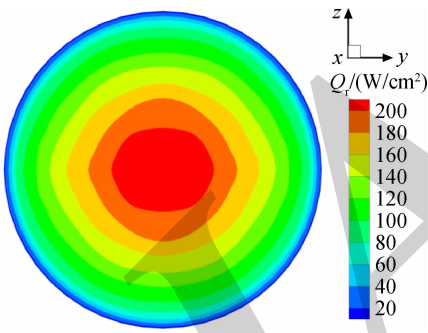


图 12 壁面辐射热流
Fig. 12 Radiative heat flux of wall

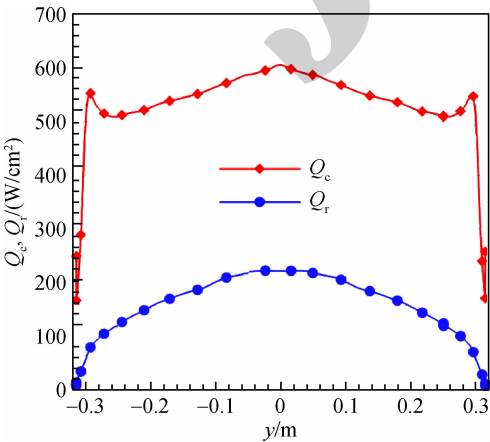


图 13 对流与辐射热流分布曲线
Fig. 13 Convective and radiative heat flux distribution curves

- volume method[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1992, 6(4): 605-611.
- [5] CHAI J C, LEE H S, PATANKAR S V. Finite volume method for radiative heat transfer[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1994, 8(3): 419-425.
- [6] MODER J P, CHAI J C, PARTHASARATHY G, et al. Nonaxisymmetric radiative transfer in cylindrical enclosures[J]. *Numerical Heat Transfer, Part B Fundamentals*, 1996, 30(4): 437-452.
- [7] BAEK S W, KIM M Y. Analysis of radiative heating of a rocket plume base with the finite volume method[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997, 40(7): 1501-1508.
- [8] KIM M Y, BAEK S W. Analysis of radiative transfer in cylindrical enclosures using the finite volume method[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1997, 11(2): 246-252.
- [9] KIM S H, HUH K Y. A new angular discretization scheme of the finite volume method for 3-D radiative heat transfer in absorbing, emitting and anisotropically scattering media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, 43(7): 1233-1242.
- [10] 张昊春, 谈和平, 王雁鸣. 空间差分格式对有限体积法数值散射的影响[J]. *工程热物理学报*, 2006, 27(2): 17-20.
ZHANG Haochun, TAN Heping, WANG Yanming. Effect of spatial differencing schemes on the numerical scattering for finite volume method[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2006, 27(2): 17-20. (in Chinese)
- [11] 张昊春, 谈和平. 有限体积法求解立体角离散误差[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2009, 41(5): 56-58.
ZHANG Haochun, TAN Heping. Angular discretization error produced in solving radiative transfer equation with finite volume method[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2009, 41(5): 56-58. (in Chinese)
- [12] 金伟, 吕相银. 用混合有限体积法/有限元方法研究尾焰对太阳辐射的吸收问题[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(5): 1134-1139.
- JIN Wei, LÜ Xiangyin. Study on the problem of the solar radiation absorbed by the plume using hybrid finite volume/finite element method[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(5): 1134-1139. (in Chinese)
- [13] 张彪, 齐宏, 阮立明. 模拟飞机尾喷焰辐射传输的非结构有限体积法[J]. *航空工程进展*, 2010, 1(3): 285-290.
ZHANG Biao, QI Hong, RUAN Liming. The unstructured finite volume method for simulating the radiate heat transfer in aircraft plume[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2010, 1(3): 285-290. (in Chinese)
- [14] 贺志宏. 多维辐射传递与耦合换热研究及其在航天技术中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2001.
HE Zhihong. Multidimensional radiative and coupling heat transfer and its application in space technology[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2001. (in Chinese)
- [15] 谈和平, 夏新林, 李林, 等. 用 DT 法求解三维圆柱体半透明介质内辐射与导热的非稳态复合换热[J]. *计算物理*, 1995, 12(2): 241-247.
TAN Heping, XIA Xinlin, LI Lin, et al. Using DT method to calculate combined radiation-conduction heat transfer in three dimensional cylindrical semi-transparent medium[J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 1995, 12(2): 241-247. (in Chinese)
- [16] ELDEN S C. Forebody temperatures and calorimeter heating rates measured during project Fire II reentry at 11.35 kilometers per second[R]. NASA TM X 1305, 1966.
- [17] GNOFFO P A, GUPTA R N, SHINN J L. Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium [R]. NASA TP-2867, 1989.
- [18] GUPTA R N. Navier-Stokes and viscous shock-layer solutions for radiating hypersonic flows[R]. AIAA 87-1576, 1987.

(编辑: 王碧珺)